

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Właściciel hurtowni sprzedał $\frac{1}{3}$ partii bananów po założonej przez siebie cenie. Okazało się, że owoce zbyt szybko dojrzewają, więc obniżył cenę o 30% i wówczas sprzedał 60% pozostałej ilości owoców. Resztę bananów udało mu się sprzedać dopiero, gdy ustalił ich cenę na poziomie $\frac{1}{5}$ ceny początkowej. Ile procent zaplanowanego zysku stanowi kwota uzyskana ze sprzedaży? Po ile powinien był sprzedać pierwszą partię towaru, by jednokrotna obniżka ich ceny o 25% pozwoliła na sprzedaż wszystkich owoców i uzyskanie zaplanowanego początkowo zysku?
2. Przekątne trapezu o podstawach 3 i 4 przecinają się pod kątem prostym. Na każdym z boków trapezu, jako na średnicy, oparto półokrąg. Obliczyć sumę pól otrzymanych czterech półkoli. Sporządzić rysunek.
3. Uprościć wyrażenie $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \left(\sqrt[6]{a^5} - \frac{b}{\sqrt[6]{a}} \right) - \frac{a - b}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[6]{a}\sqrt{b}}$ dla a, b , dla których ma ono sens. Następnie obliczyć jego wartość, przyjmując $a = (4 - 2\sqrt{3})^3$ i $b = 3 + 2\sqrt{2}$.
4. Podstawą ostrosłupa prawidłowego jest sześciokąt foremny o boku a . Obliczyć objętość, wiedząc, że najmniejszy (w sensie powierzchni) z przekrojów ostrosłupa płaszczyzną zawierającą wysokość jest trójkątem równobocznym. Wyznaczyć cosinus kąta między ścianami bocznymi ostrosłupa. Sporządzić rysunek.
5. Dana jest funkcja liniowa $f(x) = 2x - 6$.
 - a) Dla jakiego a pole trójkąta ograniczonego osiami układu współrzędnych i wykresem funkcji $h(x) = f(x - a)$ równe jest 4? Sporządzić rysunek.
 - b) Narysować zbiór $D = \{(x, y) : f(x^2 + 2x) \leq y \leq f(x + 2)\}$.
6. Sporządzić wykres funkcji $f(x) = \begin{cases} -x + 1 & \text{dla } x < 0, \\ -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1 & \text{dla } x \geq 0. \end{cases}$

Posługując się nim, wyznaczyć przedziały monotoniczności tej funkcji. Narysować wykres funkcji $g(m)$ określającej liczbę rozwiązań równania $f(x) = |m|$ w zależności od parametru rzeczywistego m .

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Statek wyrusza (z biegiem rzeki) z przystani A do odległej o 140 km przystani B. Po upływie 1 godziny wyrusza za nim łódź motorowa, dopędza statek w połowie drogi, po czym wraca do przystani A w tym samym momencie, w którym statek przybija do przystani B. Wyznaczyć prędkość statku i prędkość łodzi w wodzie stojącej, wiedząc, że prędkość nurtu rzeki wynosi 4 km/godz.
2. Uprościć wyrażenie (dla a, b , dla których ma ono sens)

$$\left(\frac{\sqrt[6]{b}}{\sqrt{b} - \sqrt[6]{a^3 b^2}} - \frac{a}{\sqrt{ab} - a\sqrt[3]{b}} \right) \left[\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \left(\sqrt[6]{a^5} - \frac{b}{\sqrt[6]{a}} \right) - \frac{a-b}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[6]{a}\sqrt{b}} \right],$$

a następnie obliczyć jego wartość dla $a = 4 \log_4 81$ i $b = (\log_3 2)^{-1}$.

3. Rozwiązać równanie $\sin 2x + \sin x = 2 + \cos x - 2 \cos^2 x$.
4. Rozwiązać nierówność $\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \geq \frac{1}{x-1}$ i starannie zaznaczyć zbiór rozwiązań na osi liczbowej.
5. Każda z przekątnych trapezu ma długość 5, jedna z podstaw ma długość 2, a pole równe jest 12. Obliczyć promień okręgu opisanego na tym trapezie. Sporządzić rysunek.
6. W czworoboku $ABCD$ jedna krawędź jest o połowę krótsza od pozostałych, które są równe. Obliczyć objętość oraz cosinusy kątów dwuściennych tego czworoboku. Sporządzić rysunek.

Rozwiązania zadań z wybranego poziomu (rękopis) prosimy nadsyłać do 18 października 2009 na adres: **Instytut Matematyki i Informatyki
Politechniki Wrocławskiej,
ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27,
50-370 WROCŁAW.**

Na kopercie prosimy zaznaczyć wybrany poziom. Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace nie spełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.wroc.pl/kurs>